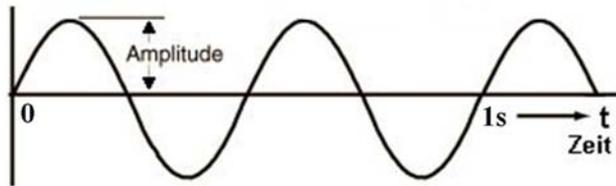


1. Was sind Gravitationswellen?

Zur Auswertung von Gravitationswellen werden folgende Wellenparameter benötigt:

- Die Amplitude als größte Auslenkung, sie ist abhängig von der Stärke der Anregung,
- die Frequenz als Schwingungszahl pro Sekunde, sie steigt mit der Geschwindigkeit der Anregung

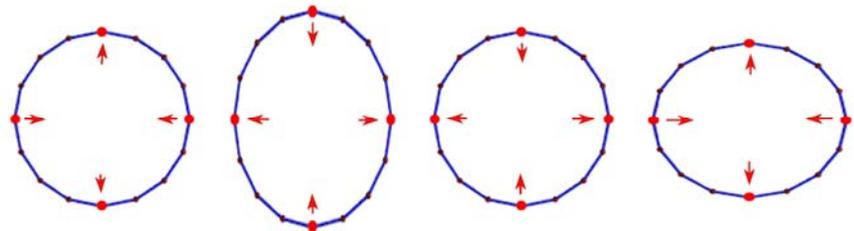


$$\text{Frequenz} = \frac{\text{Anzahl Schwingungen}}{\text{Zeit (Sekunde)}}$$

hier 2 Hz

Gravitationswellen sind wie elektromagnetische Wellen Transversalwellen, die Schwingungen verlaufen quer zur Ausbreitungsrichtung. Die Wellengleichungen von Gravitationswellen sind schwierig und nur mit Einsteins Feldgleichungen als Näherungslösungen zu berechnen. Betrachtet man jedoch eine Gravitationswelle aus einer größeren Entfernung von ihrem Entstehungsort, so dass sie aus einer Richtung zu

kommen scheint, lassen sich ihre Auswirkungen anschaulich darstellen. Dazu legen wir an beliebigen Stellen im Raum sinnvoll angeordnete Punkte fest, die für eine bessere Anschauung



verbunden werden wie auf der Zeichnung oben. Durchdringt nun eine Gravitationswelle senkrecht die Blattebene, dann werden der Raum und damit alle Gegenstände im Raum entsprechend den Bildern gestreckt und gestaucht. Die Anregung der Gravitationswellen werden durch beschleunigte Massen verursacht, das ist z. B. bei den Umläufen von Schwarzen Löchern (BH für Black Hole) der Fall.

Gravitationswellen entstehen durch beschleunigte Massen, breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus und strecken und stauchen den Raum.

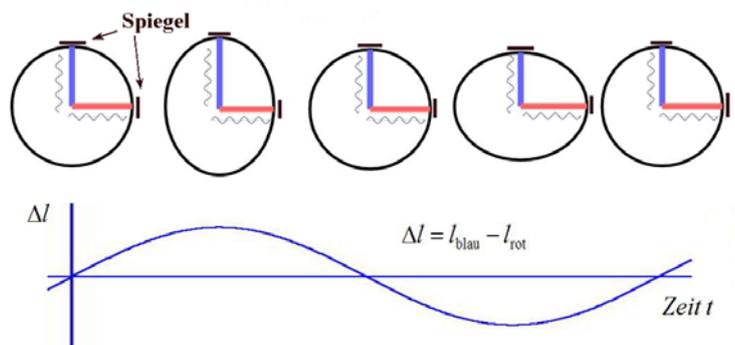
2. Wie kann man Gravitationswellen (GW) registrieren?

Zur Auswertung von Gravitationswellen müssen die durch die Wellen verursachten Längenveränderungen im Raum gemessen werden. Dabei ergeben sich zwei Probleme:

- Mit dem Raum werden auch alle Gegenstände oder Messeinrichtungen gedehnt oder gestaucht.
- Die Auslenkungen durch die GW sind auch bei großen beschleunigten Massen sehr klein und liegen je nach Messstreckenlänge im Bereich vom Hundertstel des Durchmessers eines Protons.

Um trotzdem Messungen zu ermöglichen, wurden als Gravitationswellen-Detektoren Laserinterferometer mit möglichst langen Armlängen entwickelt. Das Prinzip wird durch nebenstehende Zeichnung verdeutlicht. Auf zwei senkrecht zueinander zunächst gleich lange Messstrecken (rot und blau) wird ein Laser-

signal aus gleicher Quelle geschickt, das am Ende an Spiegeln reflektiert wird. Diese Laserstrahlen werden nach dem Rücklauf durch Überlagerung verglichen. Sind die Strecken genau gleich lang, treffen sie mit gleicher Phase wieder aufeinander. Verändern sich nun die Längen der Strecken durch die GW,

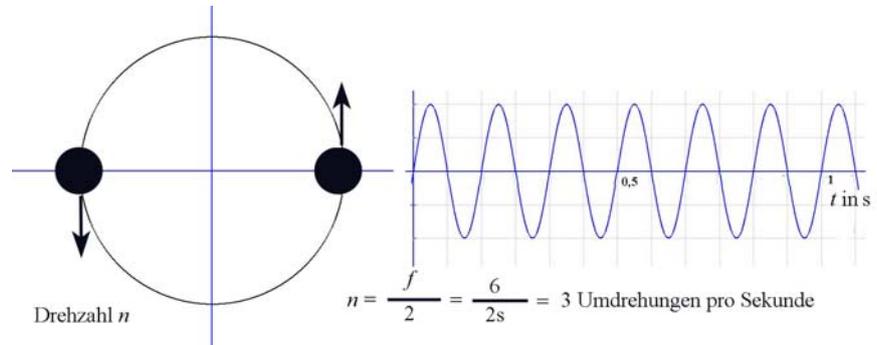


dann benötigt das Laserlicht für die längere Strecke mehr und für die kurze weniger Zeit, sodass aus

dem Vergleich der Wellen nach dem Rücklauf die Abweichungen ermittelt werden können. Im Bild ist zu sehen, wie durch den Wechsel zwischen Stauchen und Strecken ein sinusförmiges Signal entsteht. Bei den beiden LIGO (Laser Interferometer Gravitation Wave Observatory) Gravitationswellen-Detektoren in den USA betragen die Längen der Messstrecke 4 km und die Empfindlichkeit reichte aus, um erstmals 2015 GW zu registrieren.

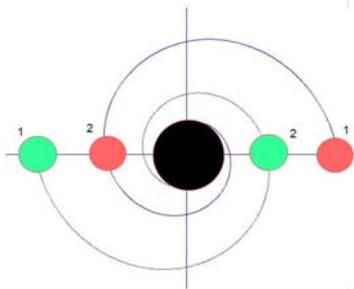
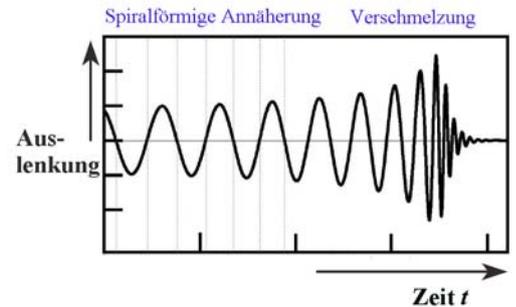
3. Schwarze Löcher als Auslöser

Schwarze Löcher können als kugelförmige Objekte angesehen werden, aus denen aufgrund der gewaltigen Anziehungskraft kein Licht entweichen kann und die hauptsächlich durch ihre Masse und Eigenrotation beschrieben werden. Als Größe wird die Länge des Ereignishorizontes angegeben, der sich aus der Masse berechnen lässt und mit dieser proportional ansteigt. Wenn zwei Schwarze Löcher umeinander kreisen, entstehen aufgrund der beschleunigten Bewegung der verhältnismäßig großen Massen Gravitationswellen. Beide Massen senden Gravitationswellen aus und man kann aufgrund der Frequenz der Gravitationswellen auf die

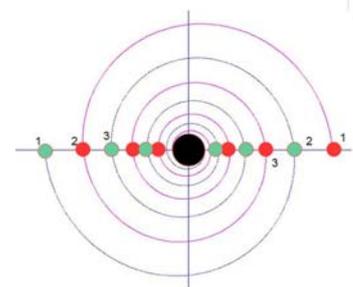


Umdrehungen pro Sekunde schließen, da die Frequenz doppelt so hoch ist wie die Umrundungen pro Sekunde. In der zeichnerischen Darstellung beträgt die Frequenz 6 Hz woraus sich 3 Umrundungen pro Sekunde für die BHs ergeben. Die Empfindlichkeit der GW-Detektoren reicht noch nicht aus, um die dadurch entstehenden Wellen aus größerer Entfernung zu registrieren. Überwiegt jedoch die Anziehungskraft der BHs dann nähern sie sich, die Umdrehungen werden schneller und die Geschwindigkeit steigt, wodurch die GW stärker werden. Schließlich kommt es zur Verschmelzung. Die kurz vor und während der Verschmelzung auftretenden GW konnten im Jahr 2015 in zwei Fällen eindeutig aufgenommen werden. Eine Verschmelzung läuft wie folgt ab:

- Der Abstand der BHs wird geringer, die Umrundungen pro Sekunde und damit die Frequenz der GW erhöht sich.
 - Die Geschwindigkeit der BHs wird größer und dadurch vergrößert sich die Amplitude.
 - Beim Verschmelzen erreichen Amplitude und Frequenz ihren Höchstwert, danach klingt die Schwingung ab.
- Ein möglicher Kurvenverlauf ist im rechten Bild argestellt. Der Verlauf ist auch abhängig von der Größe der Massen.



Links handelt es sich um wesentlich schwerere BHs als rechts. Geht man von gleichen Abständen und in etwa gleichen Anfangs- und Endgeschwindigkeiten aus, kann man Folgendes feststellen:



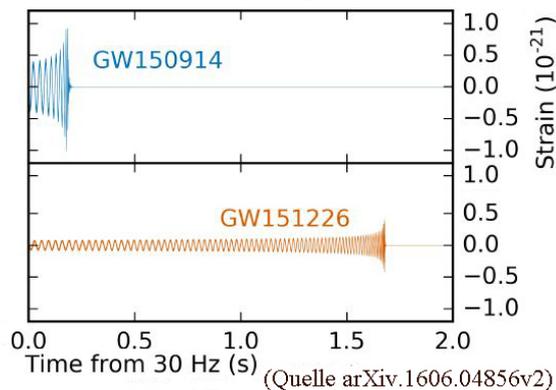
- Die Verschmelzung der schwereren Massen erfolgt in einer kürzeren Zeit.
- Die Amplitude der GW der schwereren Massen ist größer.
- Die Frequenz bei den leichteren Massen ist höher, da die Umdrehungen pro Sekunde durch die geringeren Abstände größer werden.
- Die Frequenzzunahme ist jedoch bei den schweren Massen größer; das wird durch die größeren Abstände des spiralförmigen Verlaufes im linken Bild deutlich.

4. Auswertung der registrierten Signale

Teil 1: Einfache Methode zur Abschätzung der Massen und der Entfernung

Nebenstehend sind die Signale vom 14.09.2015 und 26.12.2015 dargestellt wie sie von den LIGO Detektoren aufgenommen wurden. Geht man davon aus, dass sie in etwa aus der gleichen Entfernung stammen, kann man auf den Unterschied bezüglich der Massen schließen. Der Vergleich zeigt: GW150914 hat gegenüber GW151226

- eine größere Amplitude
- kleinere Frequenz
- größere Frequenzzunahme
- eine geringere Zeit bis zur Verschmelzung.



Aufgrund der Ergebnisse von Kapitel 3 kann daraus geschlossen werden, dass die Massen der BHs von GW150914 wesentlich größer sein müssen als von GW151226, grob könnte man einen Faktor von 3 vermuten.

Wandelt man die Signale in Tonsignale um, kann man die Verschmelzungen hörbar machen. Aufgrund des Frequenzverlaufes ergibt das ein in der Höhe ansteigendes Zirpen, was im Fachjargon als „Chirpen“ bezeichnet wird. Die für diesen Ton maßgebende Frequenzänderung $\Delta f / \Delta t$ wird Chirp genannt. Dieses Chirpen ist abhängig von der Größe der verschmelzenden Massen. Daher kann man mit Hilfe des Chirps die Massengrößen abschätzen. Die damit errechnete Masse wird als Chirpmasse bezeichnet und liegt in ihrer Größenordnung in der Nähe der kleineren Masse. Den Zusammenhang zwischen den Massen und der Chirpmasse und die Formel zur Berechnung der Chirpmasse zeigt folgende Übersicht:

$M_{\text{ch}} = \frac{(M_1 \cdot M_2)^{\frac{3}{5}}}{(M_1 + M_2)^{\frac{1}{5}}} = \frac{c^3}{G} \left(\frac{5}{96} \cdot \pi^{\frac{8}{3}} \cdot f^{-\frac{11}{3}} \cdot \frac{df}{dt} \right)^{\frac{3}{5}}$ $M_{\text{ch}} = \frac{c^3}{G} \left(\frac{5}{96} \cdot \pi^{\frac{8}{3}} \cdot \frac{1}{f^{\frac{11}{3}}} \cdot \frac{df}{dt} \right)^{\frac{3}{5}} = 1,1 \cdot 10^{34} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left\{ \frac{1}{f^{\frac{11}{3}}} \cdot \frac{\Delta f}{\Delta t} \right\}^{\frac{3}{5}}$	<p>M_{ch} Chirpmasse in kg</p> <p>f Frequenz der GW in Hz</p> <p>$\frac{\Delta f}{\Delta t}$ Frequenzänderung der GW in Hz</p> <p>c Lichtgeschwindigkeit in m/s</p> <p>G Gravitationskonstante</p> <p>$M_1 M_2$ Massen der BHs in kg</p>
---	---

Man erkennt, dass außer einer Konstanten die Abschätzung mit der Frequenz und Frequenzänderung erfolgt, dabei ist sie auch entsprechend der Ergebnisse unter 3 größer bei kleineren Frequenzen aber höherer Frequenzänderung pro Zeit. Auch die Entfernung des Ereignisses kann mit einer Formel abgeschätzt werden, wobei neben einer Konstanten und den Frequenzen die Amplitude des Signals eingesetzt werden muss.

Nebenstehend die Formel mit D als Entfernung und h_0 als relative Amplitude. Sie macht deutlich, dass h_0 umgekehrt proportional zur Entfernung ist.

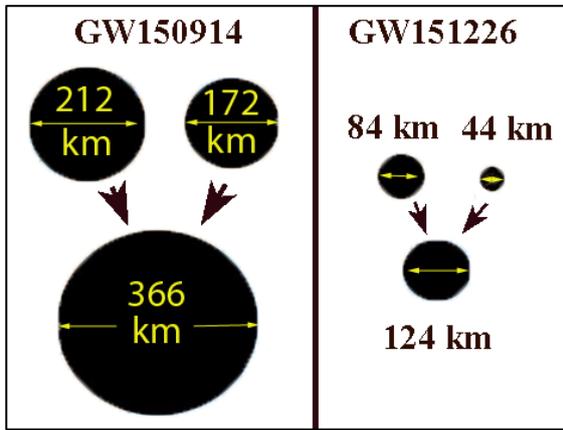
$$D = \frac{5 \cdot c \cdot \dot{f}_1}{96 \cdot \pi^2 \cdot h_0 \cdot f^3} = \frac{5 \cdot c}{96 \cdot \pi^2} \cdot \frac{1}{f^3} \cdot \frac{\Delta f}{\Delta t} \cdot \frac{1}{h_0}$$

Ergebnisse zu den Ereignissen GW150914 und GW151226

Das hier beschriebene Verfahren mit den entsprechenden Formeln ergab folgende Abschätzungen:

	GW150914	GW151226
Chirpmasse M_{ch}	28 x Sonnenmasse	9 x Sonnenmasse
Entfernung D	1,3 Milliarde Lichtjahre	1,4 Milliarde Lichtjahre

Teil 2: Aufwändiges Verfahren zur Ermittlung genauerer und weiterer Daten



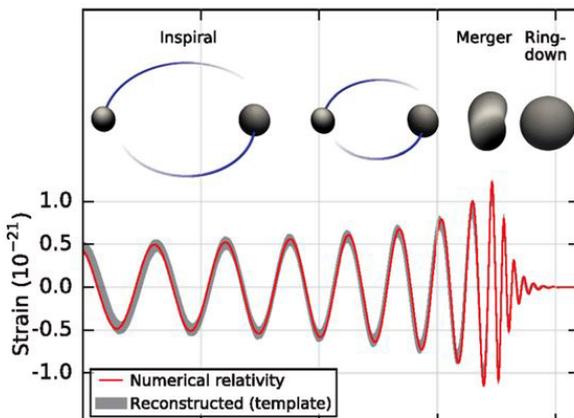
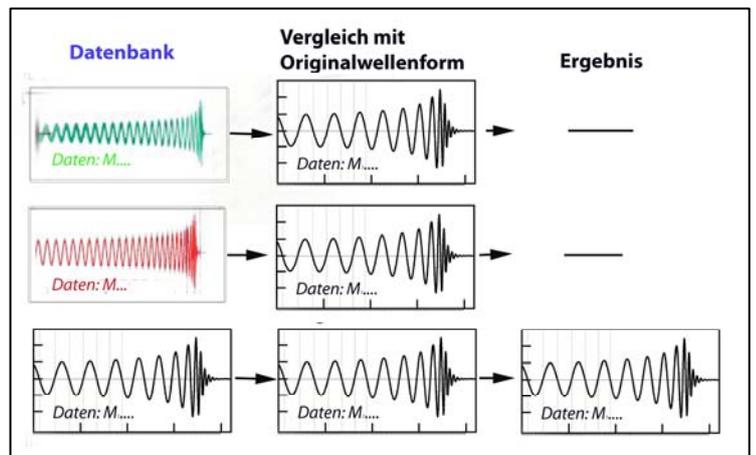
Event	GW150914	GW151226
Primary mass $m_1^{\text{source}} / M_{\odot}$	$36.2^{+5.2}_{-3.8}$	$14.2^{+8.3}_{-3.7}$
Secondary mass $m_2^{\text{source}} / M_{\odot}$	$29.1^{+3.7}_{-4.4}$	$7.5^{+2.3}_{-2.3}$
Chirp mass $\mathcal{M}^{\text{source}} / M_{\odot}$	$28.1^{+1.8}_{-1.5}$	$8.9^{+0.3}_{-0.3}$
Total mass $M^{\text{source}} / M_{\odot}$	$65.3^{+4.1}_{-3.4}$	$21.8^{+5.9}_{-1.7}$
Final mass $M_f^{\text{source}} / M_{\odot}$	$62.3^{+3.7}_{-3.1}$	$20.8^{+6.1}_{-1.7}$
Luminosity distance D_L / Mpc	420^{+150}_{-180}	440^{+180}_{-190}

(Quelle arXiv.1606.04856v2)

Im Bild oben sind maßstabsgetreu die Größen der BHs beider Ereignisse vor und nach der Verschmelzung dargestellt, nebenstehende Tabelle enthält neben den bereits gelb markierten Ergebnissen weitere und genauere Daten u. a. auch die einzelnen Massen vor der Verschmelzung. Die Ermittlung dieser Werte erfordert viel Aufwand, da

- die Intensität der Abstrahlung der GW von der Lage der Rotationsebene der BHs gegenüber dem Empfänger abhängig ist und diese zunächst nicht bekannt ist,
- die Intensität außerdem vom Einfallswinkel der GW gegenüber dem Detektor abhängig ist
- die Amplituden der Wellen sowohl von der Masse der BHs als auch von ihrer Geschwindigkeitsänderung und von der Entfernung des Ereignisses abhängig sind.

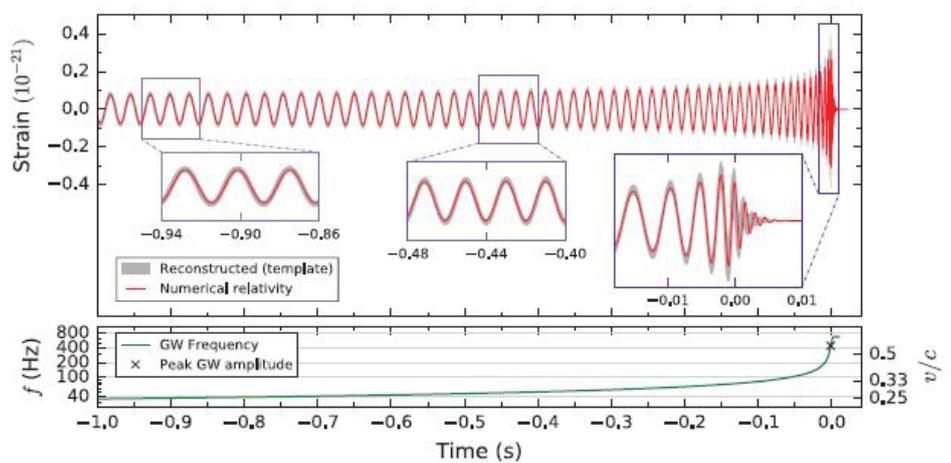
Das Verfahren, das trotzdem diese Ergebnisse liefert, ist die **Methode der angepassten Filter** (Matched-Filter-Analyse). Wellenformen (GW-strains) werden mit Computerprogrammen auf der Basis der Allgemeinen Relativitätstheorie mit verschiedenen vorgegebenen Daten (z. B. Massen von BHs) ermittelt und in einer Datenbank abgelegt. Diese Wellenformen (reconstructed GW) werden mit der real aufgenommenen Wellenform verglichen und bei Übereinstimmung entsprechen die Daten dieses Modells dem realen Ereignis. Nebenstehende Skizze verdeutlicht dieses Prinzip. Für diese Datenanalyse-Methode werden leistungsfähige Computersysteme benötigt. Dafür steht in Hannover der für dieses Verfahren leistungsfähigste Computercluster **Atlas** zur Verfügung.



(Quelle: Physical Review Letters PRL 116 061102 (2016))

Das linke Diagramm zeigt grau die Wellenform aus der Datenbank (reconstructed template) und in rot die von GW150914. Diese Übereinstimmung ist auch eine Bestätigung der Allgemeinen Relativitätstheorie, mit der das Muster erstellt wurde. **Mit GW150914 wurden erstmalig Gravitationswellen und Schwarze Löcher direkt nachgewiesen.** Überraschend war dabei die Größe der BHs mit ca. 30 Sonnenmassen, für ihre Existenz gibt es noch keine überzeugende Erklärungen. Durch den Massenvergleich vor und nach der Verschmelzung kann die Energie für die GW berechnet werden.

Das Diagramm rechts zeigt die Wellenformen von GW151226 mit dem Verlauf der Frequenz und der Relativgeschwindigkeit der BHs. Die Frequenzen waren hier wegen der geringeren Massen höher als bei GW150914, die Relativgeschwindigkeit kurz vor der Verschmelzung mit 0,6 facher Lichtgeschwindigkeit in etwa gleich.



Quelle: Physical Review Letters PRL 116, 241103 (2016)

5. Ausblick

1609 setzte Galileo Galilei sein Fernrohr für Himmelsbeobachtungen ein und stieß damit ein neues Tor zum Himmel auf. Heute wissen wir, was durch die Entwicklung der Teleskope z. B. bis hin zum Hubble Teleskop für Erkenntnisse in der Astronomie gewonnen wurden. Mit der Beobachtung von Gravitationswellen öffnet sich ebenfalls ein neues Tor. Mit Teleskopen können nur strahlende Objekte beobachtet werden, der größte Teil der Materie sendet keine Strahlung aus, diese kann nun zumindest teilweise durch GW Detektoren erfasst werden. Dieses ist z. B. schon durch die Beobachtung der Verschmelzungen der BHs erfolgt. Dabei gibt es im Gegensatz zu elektromagnetischen Wellen keine Hindernisse für GW, sie durchdringen alles.

Die Empfindlichkeit der LIGO Detektoren (Livingstone, Louisiana und Hanford, Washington) wird weiter erhöht und für den nächsten „Beobachtungszeitraum“ ab Dezember 2016 kann man neue Aufzeichnungen von GW erwarten.

Ab **2018** soll es dann möglich sein, mit LIGO bereits Umkreisungen von BHs und auch von Neutronensternen zu registrieren.

2034 soll der Gravitationswellendetektor eLISA (evolved Laser Interferometer Space Antenna) im All mit einer Armlänge von 1 Millionen km seinen Betrieb aufnehmen. Mit ihm können auch GW mit Frequenzen im Bereich von einigen mHz bis zu einem Hz gemessen werden. LIGO ist für Signale im Bereich von 10 Hz bis 7000 Hz geeignet.

