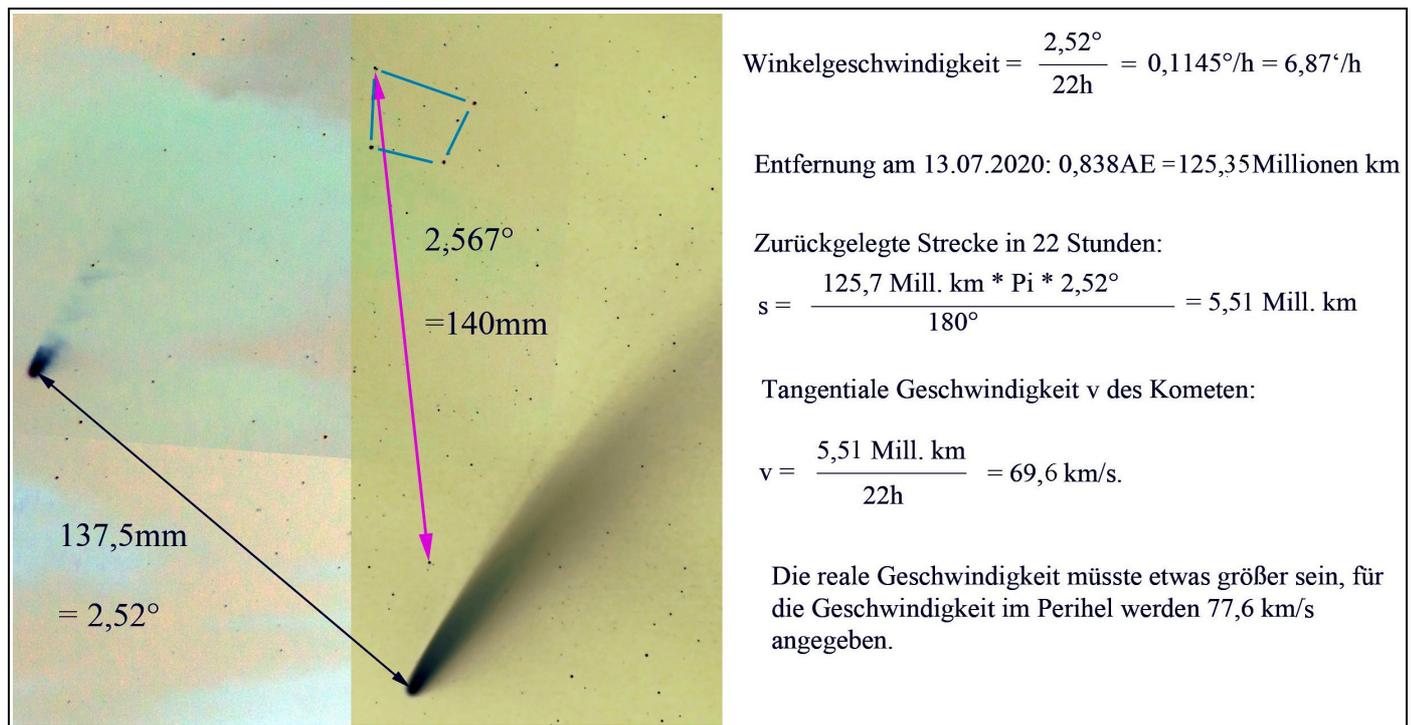


Astrostammtisch Peine	Bestimmung der scheinbaren Geschwindigkeit des Kometen C/2020 F3 Neowise mit Berechnungen	Reiner Guse 14.04.2021
--------------------------	--	---------------------------

Bestimmung der Geschwindigkeit von Neowise für den 13.07.2020

Am 13.07.2020 und 14.07.2020 wurden im Abstand von 22 Stunden Fotos vom Kometen C/2020 F3 aufgenommen. Durch Überlagerung der Fotos bei passgenauem Hintergrund, wodurch die entsprechenden Sterne genau übereinander gelegt wurden, konnte man die unterschiedlichen Positionen des Kometen zu diesen Zeitpunkten deutlich machen. Mit einem Vergleich mit Sternabständen wurde der Winkel zwischen den Kometenpositionen und mit Hilfe der Entfernung zum ersten Zeitpunkt von 0,838 AE (Astronomischen Einheiten) die scheinbare Geschwindigkeit des Kometen bezüglich der Erde bestimmt. Folgendes Bild zeigt die Fotos und die Berechnung.



Da bei der Berechnung von einer Entfernung zum Kometen von 0,838 AE ausgegangen wurde, er aber zum zweiten Zeitpunkt nur eine Entfernung von 0,806 AE hatte, und außerdem die Winkelbestimmung über eine einfache Abstandsmessung in mm erfolgte, dürfte das Ergebnis fehlerbehaftet sein. Eine Abschätzung ergibt einen möglichen Fehler von +-2%. Keinesfalls dürfte der Fehler 5% überschreiten.

Dieser ermittelte Wert soll nun durch eine Rechnung überprüft werden, wobei von den Daten des Kometen mit seiner Perihelgeschwindigkeit ausgegangen wird. Außerdem musste die Position der Erde gegenüber der Sonne bezüglich der Ellipsenachse ermittelt werden.

Zur Berechnung mussten mehrfach Koordinatensysteme umgewandelt werden, um dann die Geschwindigkeitsvektoren richtig zu berechnen. Hier die einzelnen Schritte:

- Start mit der Ellipsenebene (x,y) mit der Kometenbahn mit der Sonne im Brennpunkt.
- Drehung dieser Ebene um den Peri Winkel, damit die x – Achse die Schnittlinie Ellipse – Ekliptik wird. Andernfalls ist ein Kippen der Ellipsenebene aus der Ekliptik nicht möglich.
- Kippung des oberen Teils der Ellipsenebene um 51° aus der Ekliptikebene heraus. Dadurch ist die Darstellung jetzt dreidimensional.
- Berücksichtigung der Erdbewegung um die Sonne. Scheinbar bewegt sich dadurch die Sonne und damit auch der Komet von der Erde aus gesehen mit 29,3 km/s in die entsprechende Richtung. Außerdem führt die Sonne und damit der Komet bezüglich des Himmelsäquators aufgrund der Achsneigung (sie betrug zum Zeitpunkt 9°) scheinbar eine vertikale Bewegung aus, die mit dem richtigen Wert berücksichtigt werden muss.
- Drehung und Kippung des Geschwindigkeitsvektors in die Sichtrichtung des Erdbeobachters.

Berechnung der Geschwindigkeit von Neowise für den 13.07.2020

1. Daten der Ellipsenbahn von Neowise:

$e = 0,99917623$ $a = 357,719 \text{ AU} = 53\,514\,012\,406 \text{ km}$
 q (Perihel) = $0,29467 \text{ AU} = 44\,083\,005 \text{ km}$ Q (Aphel) = $715,14347 \text{ AU} = 106\,983\,941\,806 \text{ km}$
 $i = 128,937^\circ$ Peri = $37,2767^\circ$ Periheldurchgang = 03.07.2020, 16:20 Uhr

Berechneter Wert für b : $b = a \cdot \sqrt{1 - e^2} = 14,5168 \text{ AU}$

2. Gleichung und Verlauf der Ellipsenbahn

Daraus erhält man die Gleichung für die Ellipsenbahn in AU:

$$y = \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} = 0,04058154 \cdot \sqrt{127962,9 - x^2}$$

Die Ellipse sieht dann so aus.
Man beachte, dass die Maßstäbe für y und x unterschiedlich sind, sonst wäre sie extrem langgestreckt.

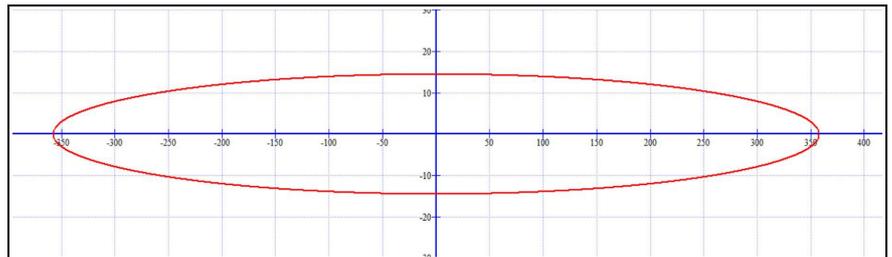


Bild 1

3. Koordinatensystem 1: Ebene der Ellipsenbahn

0-Punkt: Ellipsenmittelpunkt

x - Achse: Ellipsenlängsachse durch Brennpunkte

Da uns nur der Bereich der Ellipse interessiert, der dem Zeitraum der Beobachtung zugeordnet werden kann, wird nur dieser zur Analyse herangezogen (siehe rechts).

Betrachtet werden soll die Bewegung vom 13.07.20 zum 14.07.20.

Die Entfernungen vom Kometen zur Sonne waren für diese Zeitpunkte angegeben mit:

$d_{13} = 0,418 \text{ AU}$ und $d_{14} = 0,438 \text{ AU}$

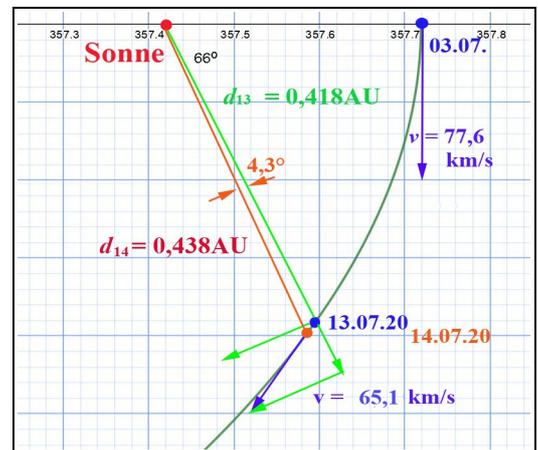


Bild 2

Damit kann der Winkel zwischen Hauptachse der Ellipse und zum Kometen gerichtete Gerade für den 13.07. berechnet werden und anschließend die zur Sonnenverbindung senkrechte Geschwindigkeit mit dem Keplerschen Gesetz und die radiale mit Hilfe dem Entfernungszuwachs in 24 Stunden berechnet werden. Mit diesen Werten erhält man nach dem Pythagoras die Geschwindigkeit des Kometen. Ein genauerer Wert wurde dann mit der Vis-Viva Gleichung berechnet.

Berechnung des Winkels

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cdot \cos \Theta} \Rightarrow \cos \Theta = \frac{a(1 - e^2)}{r \cdot e} - \frac{1}{e} = \frac{357,719 \text{ AU}(1 - 0,99917623^2)}{0,418 \text{ AU} \cdot 0,99917623} - \frac{1}{0,99917623} = 0,4097 \Rightarrow \Theta = 65,8^\circ$$

Berechnung der zur Sonnenverbindung senkrechten Komponente mit dem Flächensatz:

$$v_{S,13} \cdot d_{13} = v_q \cdot q \Rightarrow v_{S,13} = \frac{v_q \cdot q}{d_{13}} = \frac{77,6 \text{ km/s} \cdot 0,29467 \text{ AU}}{0,418 \text{ AU}} = 54,7 \text{ km/s}$$

Berechnung der radialen Geschwindigkeit aus dem Entfernungszuwachs Berechnung der Geschwindigkeit

$$v_{R13} = \frac{d_{14} - d_{13}}{24 \text{ h}} = \frac{(0,438 - 0,418) \cdot 1,496 \cdot 10^8 \text{ km}}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 34,63 \text{ km/s}$$

$$v_{13} = \sqrt{v_{S,13}^2 + v_{R,13}^2} = \sqrt{54,7^2 + 34,63^2} \text{ km/s} = \underline{\underline{64,8 \text{ km/s}}}$$

Berechnung der Geschwindigkeit mit der Vis-Viva Gleichung

$$v = \sqrt{G \cdot M \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} = \sqrt{6,6743 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg} \cdot \left(\frac{2}{6,2531 \cdot 10^{10} \text{ m}} - \frac{1}{5,3514 \cdot 10^{13} \text{ m}} \right)} = \underline{\underline{65,1 \text{ km/s}}}$$

Koordinaten des Kometenortes: $\begin{cases} 357,6\text{AU} \\ 0,381\text{AU} \end{cases}$ Geschwindigkeitsvektor: Winkel gegenüber x: $180^\circ + 56,6^\circ$
 Geschwindigkeit v: 65,1km/s

4. Koordinatensystem 2: Ebene mit der Schnittlinie Ellipse – Ekliptik als x - Achse

Drehung der x – Achse um Peri $37,3^\circ$ um die Sonne, sodass die neue x – Achse die Schnittlinie Ellipse – Ekliptik wird.

0 – Punkt verschoben um $357,4 - 0,096$, sodass der Komet auf der y – Achse liegt.

Koordinaten des Kometenortes:

$$\begin{cases} 0\text{AU} \\ 0,406\text{AU} \end{cases}$$

Geschwindigkeitsvektor:

Winkel gegenüber x: $180^\circ + (56,6^\circ - 37,3^\circ)$
 $= 180^\circ + 19,3^\circ$

Geschwindigkeit v: 65,1km/s

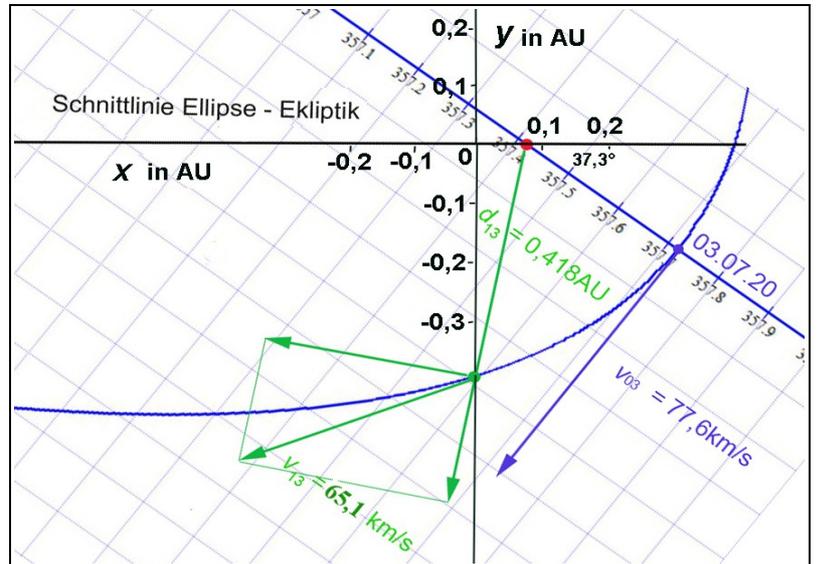


Bild 3

5. Koordinatensystem 3: Kippung des Ellipsenteils oberhalb der Ekliptik um 51°



Bild 4

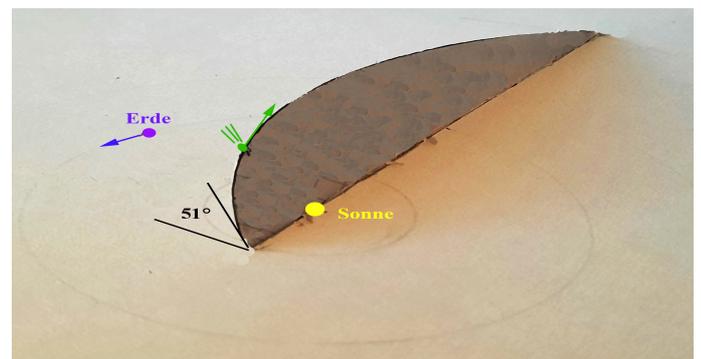


Bild 5

Die dunkle Fläche ist Teil der Ellipsenfläche, die helle ist die Ebene der Ekliptik. Dadurch wird aus den zweidimensionalen Darstellungen eine dreidimensionale. Die x,y – Ebene liegt in der Ekliptik, die z-Achse steht senkrecht auf dieser Ebene und geht durch den 0 – Punkt der x,y – Ebene. Der Komet befindet sich weiterhin bei x = 0 und damit in der y,z – Ebene.

Die Geschwindigkeit von 65,1 km/s bleibt auch in diesem System erhalten. Um die Richtung der Geschwindigkeit zu ermitteln, wird sie zunächst in eine zur x – Achse parallelen x – Komponente und eine zur y – Achse parallelen y – Komponente aufgeteilt.

$$v_x = v_{13} \cdot \cos 19,3^\circ = 61,4\text{km/s}$$

$$v_y = v_{13} \cdot \sin 19,3^\circ = 21,5\text{km/s}$$

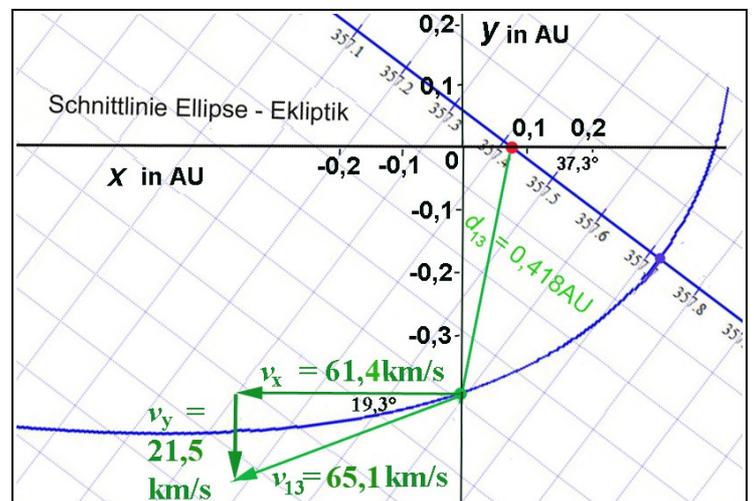


Bild 6

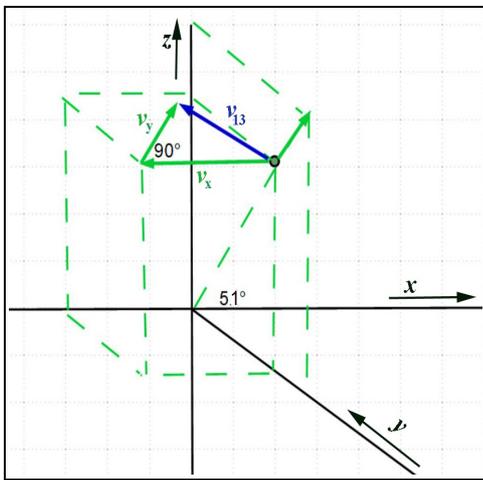


Bild 7

- Nebenstehendes Bild zeigt die dreidimensionale Darstellung, wobei Folgendes gilt:
- v_{13} ist mit $65,1 \text{ km/s}$ größer als v_y , da v_{13} durch die dritte Dimension aus der Blattebene in die Richtung des Beobachters herausragt.
 - v_x und v_y wurden aus Bild 6 übernommen. Durch das Hochklappen der Ellipsebene hat v_y nun auch noch eine z -Komponente,
 - Die Werte für v_x und v_y sind in den Koordinatensystemen negativ, auf das Minuszeichen wurde verzichtet.
 - Die genaue Position des Kometen, der Sonne und der Erde sowie die Lage des Geschwindigkeitsvektors gehen aus den Darstellung der verschiedenen Ansichten hervor.

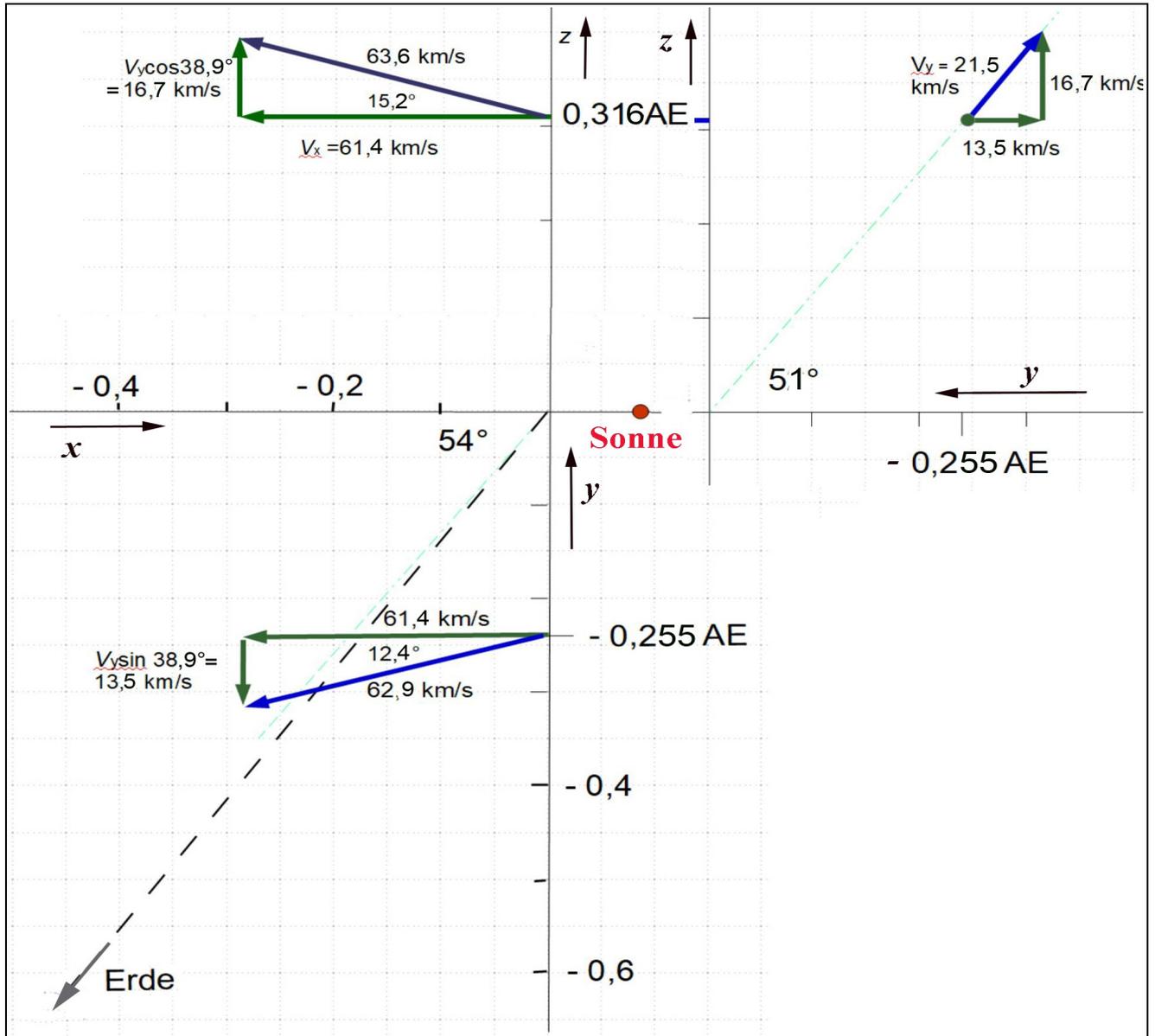


Bild 8: Vorderansicht (oben links), Seitenansicht von links (oben rechts) und Draufsicht (unten)

Koordinaten Kometen: $\begin{Bmatrix} 0 \\ -0,255 \text{AE} \\ 0,31 \text{AE} \end{Bmatrix}$

Koordinaten Sonne: $\begin{Bmatrix} 0,096 \text{AE} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

Koordinaten Erde: $\begin{Bmatrix} -0,562 \text{AE} \\ -0,773 \text{AE} \\ 0 \end{Bmatrix}$

$$v_{13} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{61,4^2 + 13,5^2 + 16,7^2} \text{ km/s} = \underline{\underline{65,0 \text{ km/s}}}$$

Das frühere v_y ist jetzt $v_{x,y}$.

6. Koordinatensystem 4: Berücksichtigung der Erdgeschwindigkeit um die Sonne

Jetzt wird die Geschwindigkeit der Erde um die Sonne von 29,3 km/s berücksichtigt. Der Vektor steht in der Draufsicht senkrecht zur Verbindungslinie Erde - Sonne. Da sich unsere Berechnung auf den Himmelshintergrund und damit auf das äquatoriale Koordinatensystem bezieht, muss die zu diesem Zeitpunkt bestehende Neigung der Erdachse bezüglich der Sonnenposition berücksichtigt werden, sie beträgt 9° . Das bewirkt neben der Komponente in der Ekliptikebene von 29 km/s eine scheinbar zusätzliche in senkrechter Richtung von 4,6 km/s. Dieser Wert wird später erläutert (siehe Punkt 8).

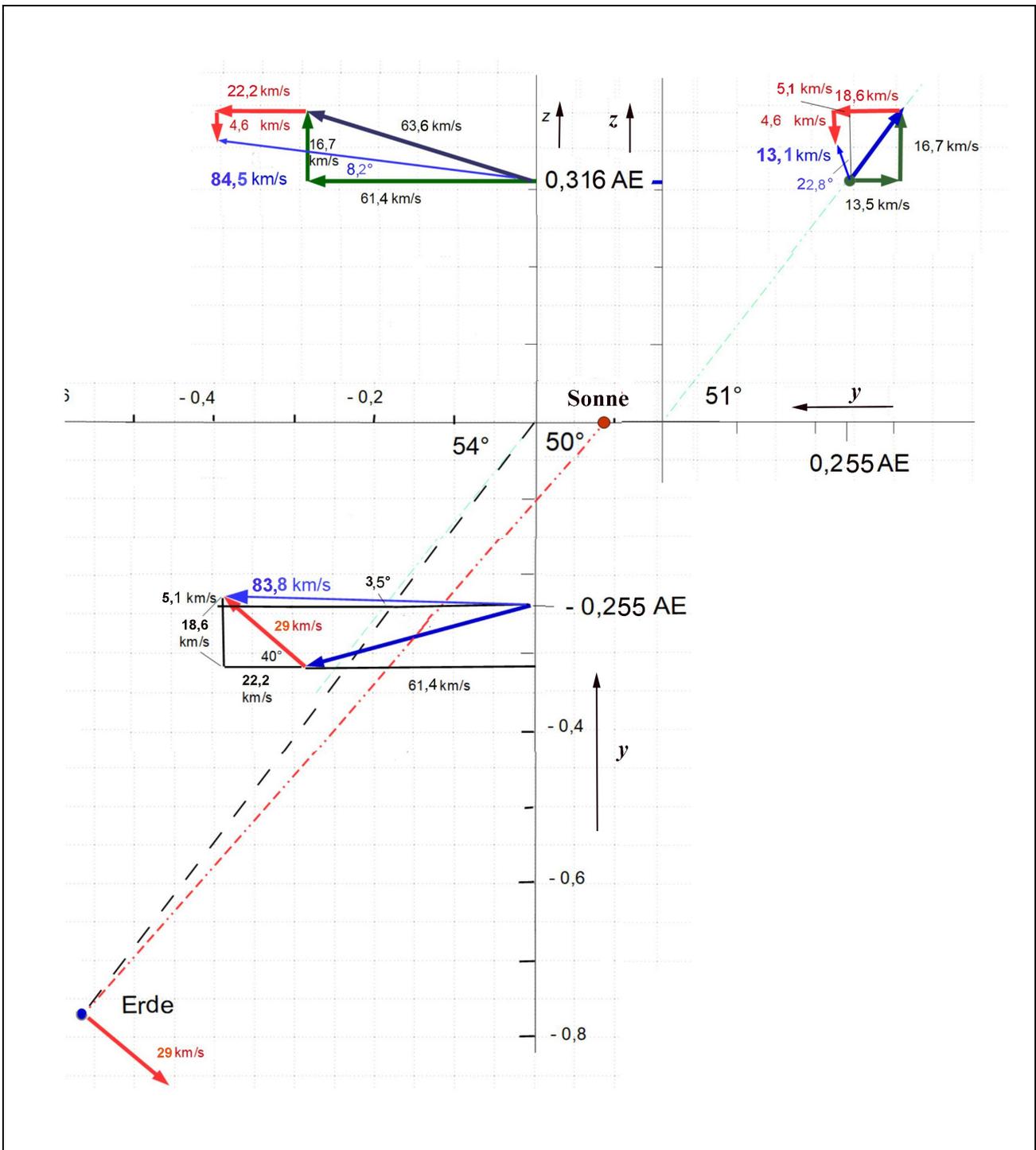


Bild 9

An den Ortskoordinaten der Objekte Komet, Sonne und Erde hat sich nichts verändert. Die Werte für die Geschwindigkeit errechnet sich leicht mit den Winkelfunktionen und auch dem Pythagoras, auf eine Darstellung der Rechnung wurde daher verzichtet. Die angegebenen Werte wurden alle errechnet und wegen der Genauigkeit nicht zeichnerisch ermittelt.

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird das Diagramm nochmal nur mit den resultierenden Werten dargestellt.

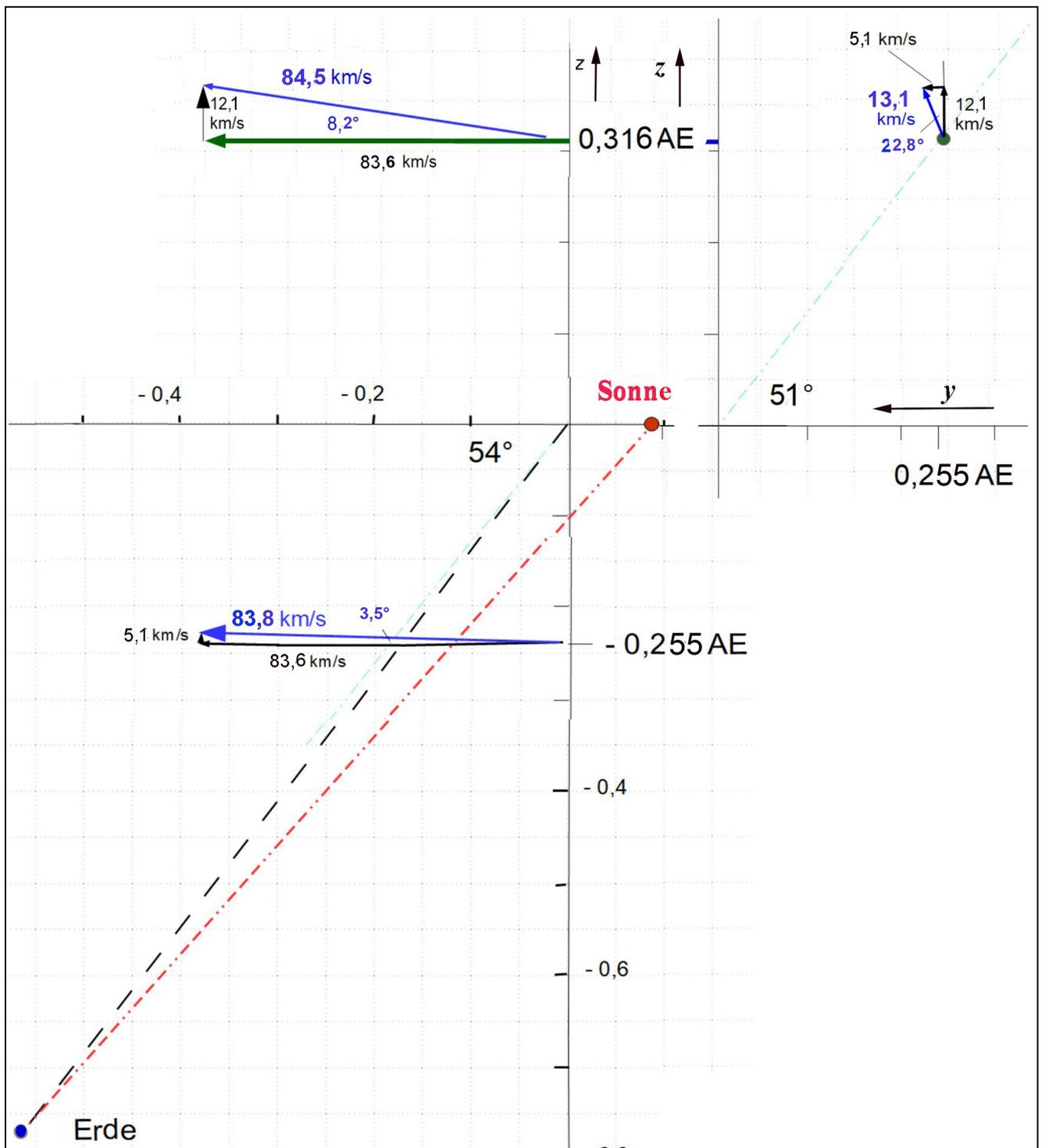


Bild 10 Resultierende Geschwindigkeitskomponenten bezogen auf die Erde

Damit können wir die Geschwindigkeit des Kometen gegenüber der Erde berechnen:

$$v_{KE} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{83,6^2 + 5,1^2 + 12,1^2} \text{ km/s} = \underline{\underline{84,6 \text{ km/s}}}$$

Richtung des Geschwindigkeitsvektors:

Bezogen auf die x,z Ebene $180^\circ - 3,5^\circ$; bezogen auf die x,y – Ebene: $180^\circ - 8,2^\circ$

Die scheinbare Geschwindigkeit, die von der Erde der tangentialen Bahn entspricht, erhalten wir, indem wir den Geschwindigkeitsvektor von der Erde aus betrachten. Dazu müssen wir Erde und Geschwindigkeitsvektoren in die y – Achse drehen und später die Höhe des Kometen berücksichtigen und das System um den Höhenwinkel kippen:

7. Koordinatensysteme 5 und 6: Drehung der Achsen in Blickrichtung Erde

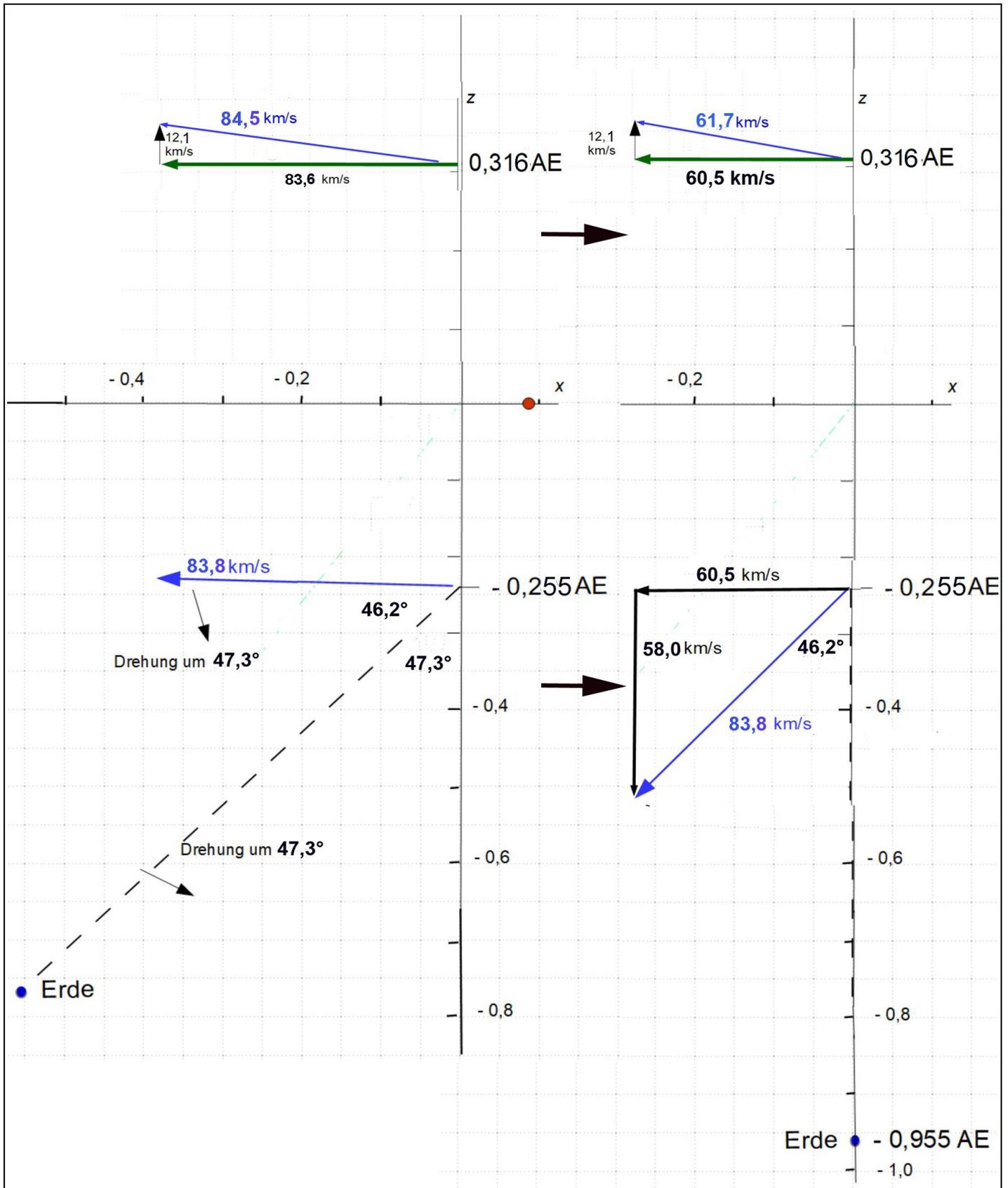


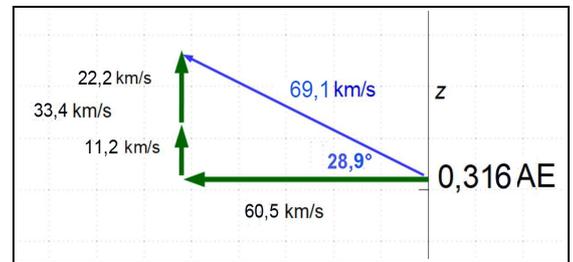
Bild 11 Vorderansicht und Draufsicht links vor und rechts nach der Drehung

Würden wir uns auf gleicher Höhe wie der Komet befinden, würden wir im Sonnensystem eine scheinbare Geschwindigkeit von 61,7 km/s wie rechts oben messen. Wir befinden uns aber unterhalb des Kometen auf der Ekliptik. Der Komet hat von der Erde gegenüber der Ekliptik einen Winkel von $22,5^\circ$. Daher müssen wir das Bild oben rechts nochmal um $22,5^\circ$ um die x – Achse nach vorne drehen. Die waagerechte Komponente bleibt mit 60,5 km/s unverändert, die senkrechte Komponente mit 12,1 km/s wird durch den Faktor $\cos 22,5^\circ$ geringer, der Anteil von 58,0 km/s im Bild unten rechts um den Faktor $\sin 22,5^\circ$ größer und jetzt auch in der Vorderansicht sichtbar.

Damit erhalten wir nebenstehendes Bild:

Bild 12

Die scheinbare Geschwindigkeit, die von der Erde aus berechnet wurde beträgt demnach **69,1 km/s**. Dieser Wert stimmt sehr gut mit dem gemessenen von 69,6 km/s überein.



8. Berechnung der senkrechten Komponente von Bild 9

Durch die Schiefe der Erdachse entsteht bei der Umrundung der Erde um die Sonne bezüglich des Äquatorialsystems scheinbar eine zur Ekliptik senkrechte Geschwindigkeitskomponente. Von der Erde aus gesehen scheint sich dann die Sonne in diesem Zeitbereich nicht nur nach links, sondern auch nach unten zu bewegen.

Diese scheinbaren Geschwindigkeitskomponenten der Sonne kann mit Hilfe des Neigungswinkels berechnet werden. Der Neigungswinkel der Erdachse bezüglich der Sonne betrug am 13.07. ca. 9° und mit der Umlaufgeschwindigkeit von 29,3 km/s erhält man 4,6 km/s.

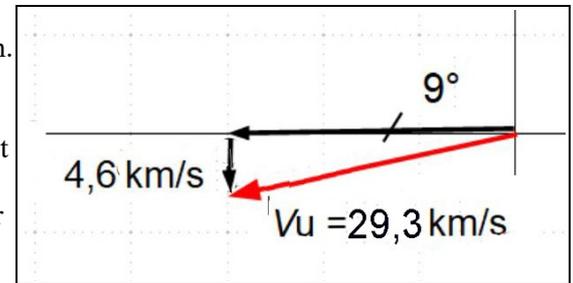


Bild 13

Eine Kontrollrechnung wurde auch mit den Höhenkoordinaten der Sonne am 13.07. und am 14.07. durchgeführt. Die Winkeldifferenz betrug innerhalb 24 Stunden 9,1'. (Das sind Bogenminuten und die 9,1 hat nichts mit den 9° zu tun). Damit und der Entfernung der Erde von der Sonne zu diesem Zeitpunkt lässt sich die scheinbare Geschwindigkeit auch wie folgt berechnen:

$$v_{ss} = \frac{9,1 \cdot \pi \cdot 152283000 \text{ km}}{60 \cdot 180 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 4,66 \text{ km/s}$$

9. Ergebnisse

Nebenstehendes Bild zeigt den Vergleich zwischen der mit Hilfe der Fotos berechneten Geschwindigkeit (blau) und der rechnerisch ermittelten (rot). Die Abweichung beträgt **weniger als 1%**, eine sehr gute Übereinstimmung.

Auch der Winkelvergleich unterstützt das Ergebnis. Da bei der Berechnung der Geschwindigkeit (rot) von der Tangente der Ellipse ausgegangen wurde, die Richtung aus dem Foto aber dem Abstand der Kometen entnommen wurde (blau), muss der berechnete Winkel (rot) etwas größer sein. Aufgrund der Krümmung der Ellipse verringerte sich übrigens die Steigung im Verlauf der darauffolgenden Tage verhältnismäßig stark, während sich die Größe der scheinbaren Geschwindigkeit nur geringfügig änderte, da sich die Geschwindigkeitskomponenten teilweise aufgehoben haben.

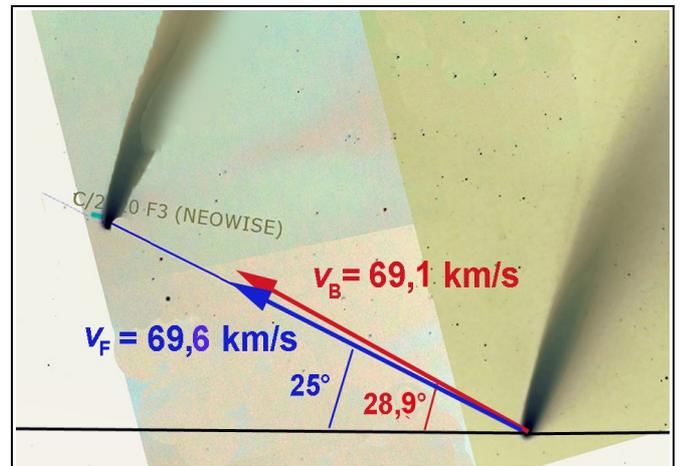


Bild 14

Die scheinbare Geschwindigkeit nahm dabei insgesamt zu, obwohl die Geschwindigkeit des Kometen bezüglich der Sonne abnahm. Da der berechnete Wert sich auf den 13.07. bezog, der über das Foto ermittelte jedoch als Durchschnittswert der nächsten 22 Stunden anzusehen ist und die Tangentialgeschwindigkeit zunahm, entspricht ein etwas geringerer Berechnungswert den Erwartungen.

Hinweis: Die angegebenen Winkel beziehen sich auf das Äquatorialsystem und nicht auf unseren Horizont.

Der Komet bewegt sich also scheinbar von der Erde aus betrachtet mit ca. 69,1 km/s in die entsprechende Richtung. Dabei handelt es sich um die tangentiale Geschwindigkeitskomponente, die senkrecht zur Verbindung zum Kometen steht. Die radiale Komponente kommt entweder auf uns zu oder entfernt sich von uns. Sie wurde mit Hilfe von Quellen, die nicht zur obigen Rechnung gehören, mit 46,7 km/s ermittelt, wobei sich der Komet mit dieser Geschwindigkeit auf uns zu bewegt. Das ergibt zusammen mit der tangentialen Geschwindigkeit (Pythagoras) eine Geschwindigkeit gegenüber der Erde von **83,8 km/s**. In der Berechnung wurde unter Punkt 6 ein Wert von **84,6 km/s** ermittelt. Mit einem knappen Prozent Abweichung ist das ebenfalls eine gute Übereinstimmung.